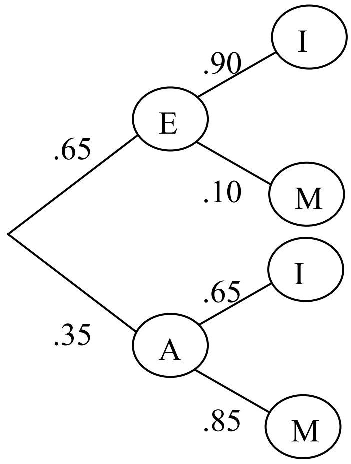
1. Υπεργεωμετρική

$$h(3;8,4,14)=\frac{\binom{8}{3}\binom{6}{1}}{\binom{14}{4}}=\frac{56\cdot 6}{1001}\simeq 0.34$$

2. Bayes



I: ικανότητα, M: μετριότητα, E: επιτυχία, A: αποτυχία

$$P(E\,|\,I)=\frac{P(E\cap I)}{P(I)}=\frac{P(I\,|\,E)\cdot P(E)}{P(I\,|\,E)\cdot P(E)+P(I\,|\,A)\cdot P(A)}$$

$$=\frac{(.90)(.65)}{(.90)(.65)+(.15)(.35)}\simeq .92$$

3. Πιθανότητες

Υπάρχουν τρία ενδεχόμενα: (I) ίσο, (M) μεγαλύτερο και (μ) μικρότερο:

$$\left.\begin{array}{l} P(I)+P(M)+P(\mu)=1 \\ P(M)=P(\mu)^{*},\, P(I)=\dfrac{3}{51} \end{array}\right\}\Rightarrow 2P(M)+\frac{3}{51}=1\Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(M)=\left(1-\frac{3}{51}\right)\Big/2\simeq .47$$

* Οι πιθανότητες για μικρότερο ή μεγαλύτερο δεύτερο φύλλο είναι ίσες εφόσον δεν τα γνωρίζουμε εκ των προτέρων. Το πρόβλημα των δύο διαδοχικών φύλλων είναι ισοδύναμο με την ρίψη ενός νομίσματος (φαρδιού, ώστε να υπάρχει πιθανότητα να έρθει και όρθιο: δύο ίσα σε αξία φύλλα).

4. Δυωνυμική

(α) P(καμία εύστοχη βολή) = $b(0;.65,5)=\binom{5}{0}(.65)^{0}(.35)^{5}=(.35)^{5}\simeq 0.005$

P(τουλάχιστον μία εύστοχη βολή) = 1 – P(καμία εύστοχη βολή) = 0.995

(β) P(τουλάχιστον μία εύστοχη βολή σε κάθε από 20 διαδοχικά) =
= [P(τουλάχιστον μια εύστοχη βολή)]^{20} $\approx$ 0.900

5. Πολυωνυμική

(α) $$\frac{6!}{1!2!3!0!0!0!}\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{1}{6}\right)^0\left(\frac{1}{6}\right)^0\left(\frac{1}{6}\right)^0=\frac{60}{6^6}\cong 0.0013$$

(β) $$\frac{6!}{1!1!\ldots1!}\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{1}{6}\right)^1\cdots\left(\frac{1}{6}\right)^1=\frac{6!}{6^6}\cong 0.0154$$

6. Πιθανότητες

$$P(\text{κανένας από } n)=\left(\frac{364}{365}\right)^n \Rightarrow P(\text{τουλάχιστον ένας από } n)=1-\left(\frac{364}{365}\right)^n=0.5$$

$$\Rightarrow \left(\frac{364}{365}\right)^n=0.5 \Rightarrow n\log\left(\frac{364}{365}\right)=\log(0.5)\Rightarrow n\ \approx 253$$

7. Μέση τιμή

Για να χάσει και τα 36 παιχνίδια η πιθανότητα είναι

$$\left(\frac{37}{38}\right)^{36}\simeq 0.38\,.$$

Σε κάθε γύρισμα της ρουλέτας η πιθανότητα νίκης είναι 1/38. Άρα η μέση τιμή κέρδους/γύρισμα:

$$35\left(\frac{1}{38}\right)-1\left(\frac{37}{38}\right)=\frac{2}{38}$$

και σε 36 γύρους:

$$36\left(\frac{2}{38}\right)\simeq -1.89\,.$$

Το κέρδος του κ. Ρούσσου έναντι του Καλού Φίλου είναι:

$$20(0.62)-20(0.38)=4.8.$$

Επομένως, το συνολικό μέσο κέρδος 4.8 – 1.89 = +2.91, δηλ., ο κ. Ρούσσος κερδίζει χρήματα από στην ρουλέτα. Πιθανώς ο Καλός Φίλος να θεραπευθεί πρώτος...